XXXIII CONVEGNO UMI-CIIM

Criticità per l'insegnamento della matematica nella scuola di oggi

Pavia, 7-9 ottobre 2016

XXXIII CONVEGNO UMI-CIIM

Criticità per l'insegnamento della matematica nella scuola di oggi

Pavia, 7-9 ottobre 2016

Spazio tematico:
Insegnare matematica
in una società multiculturale
9 ottobre 2016

Storia e geografia del pensiero matematico: saper riflettere sul proprio impensato

Spazio tematico:
Insegnare matematica
in una società multiculturale

9 ottobre 2016

Storia e geografia del pensiero matematico: saper riflettere sul proprio impensato

Mariolina Bartolini Bussi,

Dipartimento di

Educazione e Scienze Umane

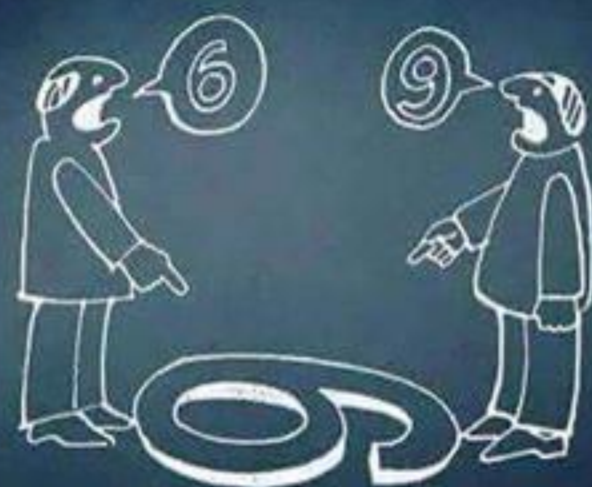
(già al Dipartimento di Matematica)

UNIMORE

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MODENA E REGGIO EMILIA

Ogni persona parla

a seconda della propria prospettiva



Ascoltare le due distinte versioni
ti da un'idea più chiara della questione

Il pensare in modo diverso
non ci trasforma in nemici

Non si tratta di filosofia comparata, della messa in parallelo delle diverse concezioni, bensì di un dialogo filosofico dove ogni pensiero, nel farsi incontro all'altro, si interroga sul proprio *impensato*.

F. Jullien

Tesi di dottorato

Ramploud A. (2015) 数学 [shùxué] matematica, sguardi (d)alla Cina [...] ogni pensiero, nel farsi incontro all'altro si interroga sul proprio impensato

https://morethesis.unimore.it/theses/available/etd-03112015-100720/

Obiettivi

Proporre una serie di

esempi irritanti

sulla matematica

per gli insegnanti di matematica e i ricercatori in didattica della matematica

- che mettono in crisi alcune certezze
- che fanno uscire dalla cornice
- che obbligano a riflettere

Obiettivi

Proporre una serie di

esempi irritanti

sulla matematica

gli esempi riguardano tutte le età,

tutti i gradi scolastici,

dalla scuola dell'infanzia alla secondaria superiore

e quindi, implicitamente, anche l'università

(formazione degli insegnanti)

Traccia

Esempio 1	numeri e mani
Esempio 2	numeri e spazio
Esempio 3	linea dei numeri
Esempio 4	frazioni
Esempio 5	infinito

Esempio 1
numeri e mani

Scuola dell'infanzia

Contare con le dita suggerisce l'idea di successione, dato che la morfologia stessa della mano implica un ordine naturale. La mano dell'uomo infatti non si articola secondo una simmetria radiale, come una ruota di bicicletta. Immaginiamo una mano circolare, con le dita a raggiera disposte simmetricamente rispetto ad un palmo centrale articolato su un polso situato al centro del dorso della mano: se così fosse nessun dito si imporrebbe in modo naturale come "primo dito". Bisognerebbe scegliere. A chi l'ardua decisione?

Dennis Guedj (1997), L'impero dei numeri, Electa/Gallimard, p. 20 ss.

Scuola dell’infanzia

Contare con le di[illegible] suggerisce l’idea di succ[illegible]sione, dato che la [illegible]orf[illegible]gia stessa della mano im[illegible]a un ordine nat[illegible]e. [illegible] m[illegible]o dell’uomo infatti n[illegible]si articola sec[illegible]simmetria radiale, co[illegible]na ruota di bici[illegible]niamo u[illegible]man[illegible] con le [illegible]sposte sim[illegible] rispetto a[illegible]entrale articolat[illegible] situato al [illegible]orso della mano: [illegible] nessun di[illegible]ebbe in modo nat[illegible] “primo dito[illegible]erebbe sceglier[illegible]ni decisione?

Dennis Gue[illegible]impero dei numeri, Electa/Gallir[illegible]s.

Scuola dell’infanzia

Qual è il primo dito?

Scuola dell’infanzia

Qual è il
primo dito?


2. IN MARE APERTO CON TRITONE
Contiamo fino a 5
Ma io non so contare!
Per imparare a contare puoi usare le dita delle mani!
Se chiudi tutte le dita è 0.
Se, invece, apri il pollice è 1.
Aprendo l'indice è 2.
E aprendo il medio è 3.
Ho capito! Così è 4...
e così è 5!
Cominciamo a contare.
Partiamo da 0.
1 2 3 4 5
STAMPA
2 / 2

Scuola dell'infanzia

Affascinante, vero?

Scuola dell'infanzia

Affascinante, vero?

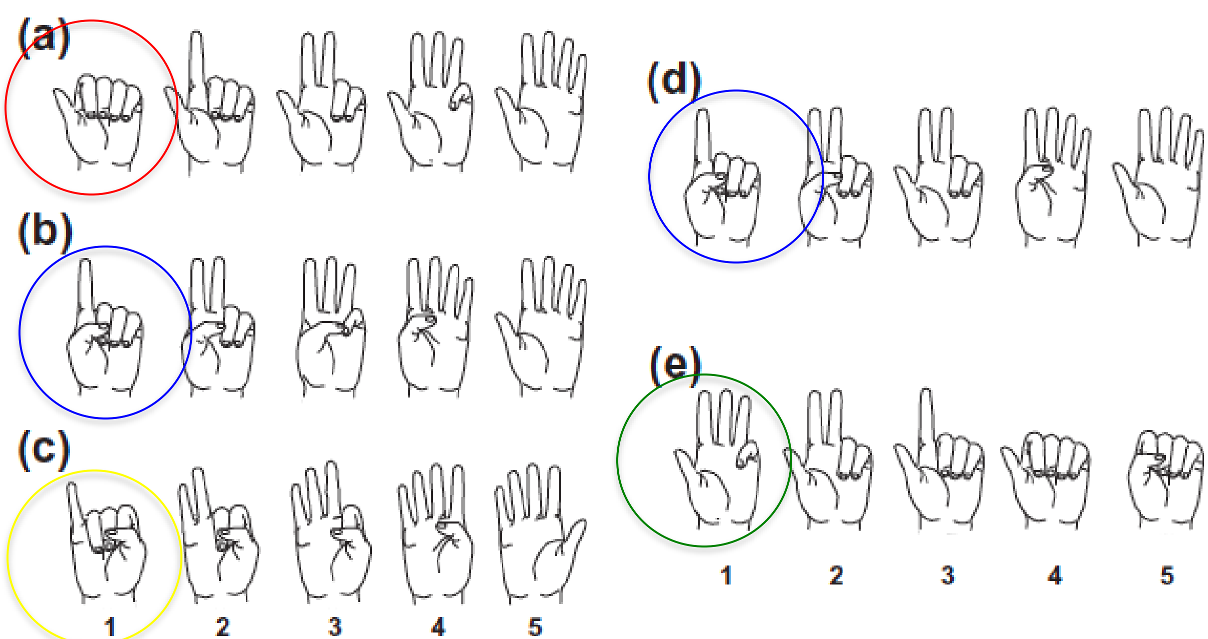
Peccato che sia falso oppure molto improbabile!

Scuola dell'infanzia

Molte culture usano le mani per contare.

Culture diverse contano sulle mani in modo diverso! Qual è il primo dito?

A. Bender, S. Beller / Cognition 124 (2012) 156–182



Scuola dell’infanzia

Perfino nelle nostre scuole, si osservano
(se si osserva con un ascolto attivo)
modi diversi di indicare i propri anni.

Scuola dell’infanzia

Quanti anni hai?
Immagini dal DVD
Bambini che contano

[*http://istruzione.comune.modena.it/memo/Sezione.jsp?idSezione=2233*](http://istruzione.comune.modena.it/memo/Sezione.jsp?idSezione=2233)

Scuola dell'infanzia

Il memory delle manine
Immagini dal DVD
Bambini che contano

http://istruzione.comune.modena.it/memo/Sezione.jsp?idSezione=2233

Esempio 2
numeri e spazio

Scuola dell'infanzia e primaria

Da tempo "immemorabile" uso (e insegno) i cinque principi di Gelman & Gallistel (1978) come modello per analizzare video di bambini che imparano a contare
E' davvero

"il" modello
l'unico modello
il modello "universale"

per la costruzione dei numeri naturali?

Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978-1986). *The child's understanding of number.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Scuola dell'infanzia e primaria

Una ricerca di Butterworth & Reeve con i bambini aborigeni australiani apre nuovi scenari:

Compito: il bambino deve ricostruire accuratamente la numerosità di un display (con molti sassi, conchiglie, gettoni ecc.)

Brian Butterworth & Robert Reeve (2008) Verbal Counting and Spatial Strategies in Numerical Tasks: Evidence from Indigenous Australia, Philosophical Psychology, 21:4, 443-457

Scuola dell'infanzia e primaria

Strategie possibili:

- contare gli oggetti e tenere in memoria il risultato (principio 1-1; ordine stabile; cardinalità)
- usare le dita (principio 1-1)
- registrare in memoria le posizioni degli oggetti e ricostruirle spazialmente

Scuola dell'infanzia e primaria

Questi bambini aborigeni australiani (4-7 anni) parlano lingue che non hanno sistemi regolari di numerali (parole-numero)

……

Eppure hanno prestazioni comparabili con i loro coetanei di madrelingua inglese

Scuola dell’infanzia e primaria

Questi bambini aborigeni australiani (4-7 anni) parlano lingue che non hanno sistemi regolari di numerali (parole-numero)

……

Eppure hanno prestazioni comparabili con i loro coetanei di madrelingua inglese

Butterworth & Reeve suggeriscono che la competenza sui numerali (es. principio 1-1; ordine stabile) può essere strategicamente utile, ma che, in sua assenza, si sviluppano strategie diverse (ad esempio di tipo spaziale).

Scuola dell'infanzia e primaria

Perché?

Almeno due spiegazioni che non si escludono:

Spiegazione genetica: da circa 40.000 anni gli aborigeni si muovono in un terreno "ostile" (per gli occidentali) e quindi ci può essere stata una selezione a favore di coloro che sono più sensibili alle percezioni spaziali per orientarsi

Kearins, J. (1981). Visual spatial memory of Australian Aboriginal children of desert regions. Cognitive Psychology, 13 , 434–460.

Scuola dell’infanzia e primaria

Perché?

Almeno due spiegazioni che non si escludono:

Spiegazione antropologico-culturale: gli aborigeni raramente trasmettono la conoscenza per via verbale, ma attraverso l’osservazione e l’imitazione

Kearins, J. (1981). Visual spatial memory of Australian Aboriginal children of desert regions. Cognitive Psychology, 13 , 434–460.

Scuola dell'infanzia e primaria

Nelle nostre scuole l'organizzazione di oggetti nello spazio è stimolata da consegne quali:

Infila uno e un solo fiammifero in ogni scatolina vuota attraverso un buchetto.

Scuola dell'infanzia e primaria

Nelle nostre scuole l'organizzazione di oggetti nello spazio è stimolata da consegne quali:

Infila uno e un solo fiammifero in ogni scatolina vuota attraverso un buchetto.

Scatole libere

Scuola dell'infanzia e primaria

Nelle nostre scuole l'organizzazione di oggetti nello spazio è stimolata da consegne quali:

Infila uno e un solo fiammifero in ogni scatolina vuota attraverso un buchetto.

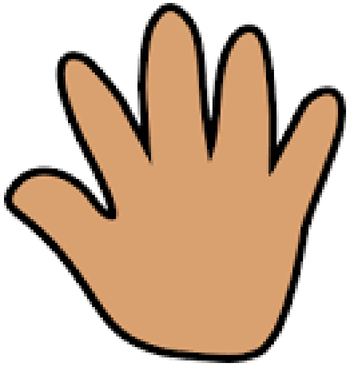
Scatole libere

Scatole fissate

Scuola dell'infanzia e primaria

Ho capito:
numeri e spazio
sono collegati …
geneticamente
ecco come si spiega
l'universalità della
linea dei numeri
mentale

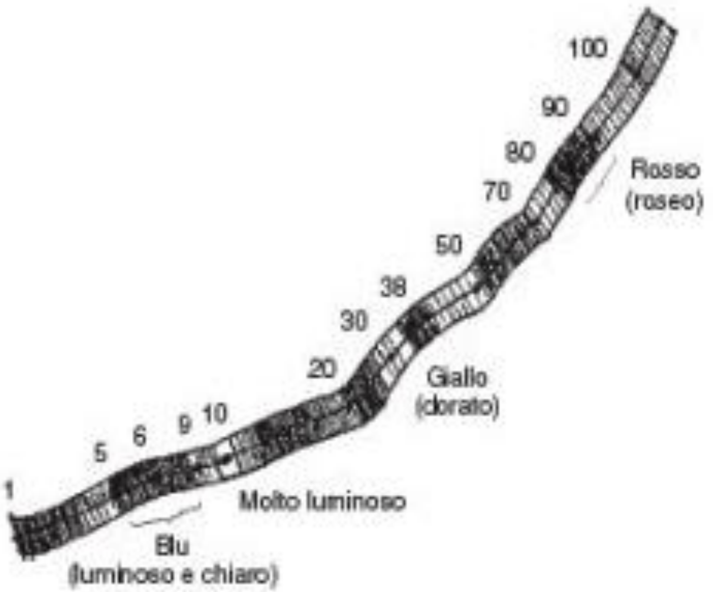
Scuola dell'infanzia e primaria



Ho capito:
numeri e spazio
sono collegati …
geneticamente
ecco come si spiega
l'universalità della
linea dei numeri
mentale

Esempio 3
linea dei numeri

Scuola primaria



Ci sono studi neurocognitivi che portano evidenza di una linea dei numeri mentale, ma ci sono molte controversie.

Scuola primaria

Derivazione innatista o culturale?

Alcuni riferimenti

Nuñez R. (2011), No Innate Number Line in the Human Brain, *Journal of Cross-Cultural Psychology,* 42(4) 651-668.

E altri lavori nello stesso numero (May 2011) di questa rivista.

Journal of Cross-Cultural Psychology

Scuola primaria

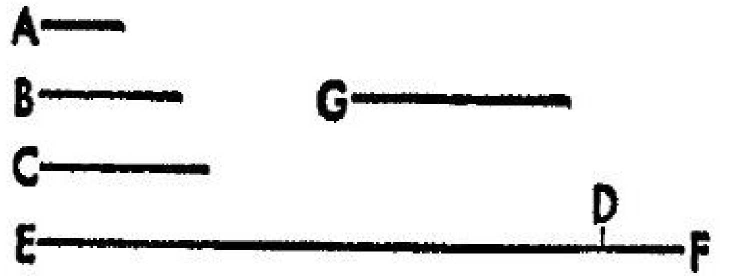
Lo strumento mai abbastanza lodato che visualizza le grandezze e al tempo stesso i numeri naturali è la linea dei numeri dove, inizialmente sono individuati ed etichettati solo i numeri naturali (p. 101)

Hans Freudenthal
Didactical Phenomenology of Mathematical Structures (1999)

Scuola primaria

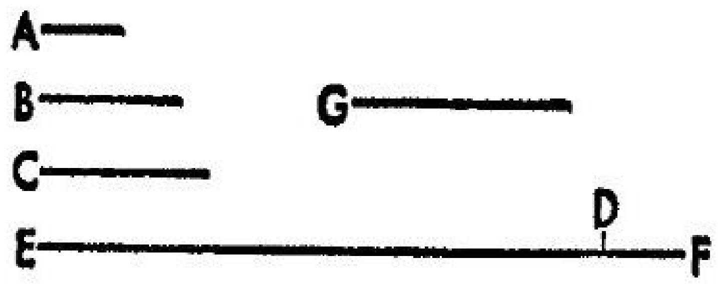
Già Euclide (libro IX. 20) rappresenta numeri interi con segmenti.

I numeri primi sono più di una qualsiasi assegnata moltitudine di numeri primi



Scuola primaria

I segmenti servono come variabili, poiché nulla si sa sulla grandezza del numero che rappresentano (Netz, 1999)

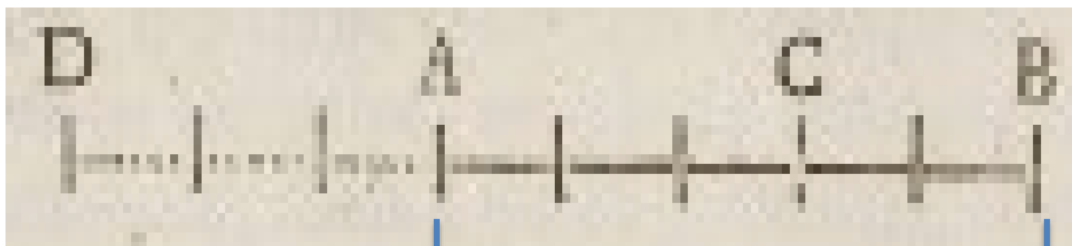


Netz R. (1999), The Shaping of Deduction in Greek Mathematics: A Study in Cognitive History, Cambridge: Cambridge University Press.

Scuola primaria

La prima linea dei numeri graduata risale a John Wallis (1685)

(origine)



+ 5

- 2

Scuola primaria

la rappresentazione dei numeri su una linea, se pure diffusissimo nel mondo moderno, non è universalmente spontanea, ma sembra piuttosto appresa attraverso – e continuamente rinforzata da – pratiche culturali specifiche (Nunez, 2011, p. 661).

Scuola primaria

Concludiamo:

Linea dei numeri mentale è universale? Forse?

Linea dei numeri è uno strumento universale per insegnare-apprendere l'aritmetica? Forse?

Scuola primaria

Non è molto usata in Cina

Bartolini Bussi M. G. (2015) The number line: A "western" teaching aid, 298-306, in *Conference Proceedings of the ICMI Study 23: Primary Mathematics Study on Whole Numbers*, Macau: University of Macau.

Esempio 4
frazioni

Scuola primaria e secondaria di primo grado

Episodi sulla geografia e la storia del pensiero matematico

Bartolini Bussi, M.G., Baccaglini Franck, A., & Ramploud, A. (2014). Intercultural dialogue and the history and geography of thought,

For the Learning of Mathematics, 34 (1), 31-3.

Pimm, D. (2014). Unthought knowns. For the Learning of Mathematics 34(3), 15–16.

Ecc.

Prima puntata:
Italia e Cina

Mariolina e Xuhua

A Thessaloniki, PME 33, 2009


$\frac{3}{4}$


$\frac{3}{4}$


$\frac{3}{4}$

Un dialogo

M.: *Perché scrivi le frazioni così?*

X.: *Cosa vuoi dire? Come dovrei scriverle?*

M.: *L'ordine. Noi le scriviamo dall'alto in basso. Prima il numeratore, poi la linea di frazione, poi il denominatore.*

X.: *Davvero strano! Come fate a sapere quanti pezzi volete se non sapete in quanti pezzi avete tagliato?*

In effetti in Cinese….
le frazioni si leggono e si scrivono così

$$\frac{2}{3}$$

Seconda puntata: Birmania e Italia

Thein Lwin, Ko Tar e Mariolina

A Reggio Emilia (2013)


CampuStore
www.CampuStore.it
COPIMAX

Un dialogo

M.: *Come scrivete le frazioni? Ad esempio due terzi?*

TL. (sorpreso scrive dall'alto al basso).

M.: *Ho letto in Wikipedia che in Birmano si scrivono come in Cinese, dal basso in alto.*

TL. (scuote la testa): *No, no …*

KT. (ridendo)*: Io non sono un matematico.*

KT. Prende una matita, chiude gli occhi e traccia segni nell'aria, poi abbassa la matita sul foglio e scrive due terzi dal basso in alto sorridendo.

TL. (ride): *Hai ragione. E' proprio così.*

Terza puntata:
Turchia e Italia

Mustafa Alpasian e Mariolina

A Kassel (YESS 2014)

Mustafa Alpasian – Turchia ➔

Lettera da Mustafa
ottobre 2014

$\frac{2}{3}$	**Lettura**	**Significato**
Top-down	*“2 bölü 3”* “2 divided by 3”.	quoziente
Bottom-up	“3’de 2” “in/of 3 parts of a whole 2 parts”.	parte di un intero

Quarta Puntata
Un dialogo con la storia

Il Liber abaci

Liber abaci, p. 24

Cum super quemlibet numerum quedam virgula protracta fuerit, et super ipsam quilibet alius numerus descriptus fuerit, superior numerus partem vel partes inferioris numeri affirmat: nam inferior denominatus, et superior denominans appellatur. Ut si super binarium protracta fuerit virgula, et super ipsam unitas descripta sit, ipsa unitas unam partem de duabus partibus unius integri affirmat, hoc est medietatem

$$\frac{1}{2}$$

Perché usiamo gli ordinali nel denominatore?

Questa è un’altra storia …..

Un altro esempio: Tonga

La mia ricerca (di cui è advisor Anna Sfard) mi ha portato a concludere che i discorsi sulla probabilità sono strettamente collegati ai discorsi sulle frazioni [...]

Morris, N. (2014). Probability, uncertainty and the Tongan Way. In Proc. of PME 38 / PME –NA 36 (Vol. 4, pp. 241–248). Vancouver, Canada: PME.

Un altro esempio: Tonga

La probabilità si misura con le frazioni, ma non c'era nessun termine per le frazioni a Tonga fino a che i missionari introdussero un modo piuttosto complesso di esprimerle durante la seconda metà del 19° secolo.

Morris, N. (2014). Probability, uncertainty and the Tongan Way. In Proc. of PME 38 / PME –NA 36 (Vol. 4, pp. 241–248). Vancouver, Canada: PME.

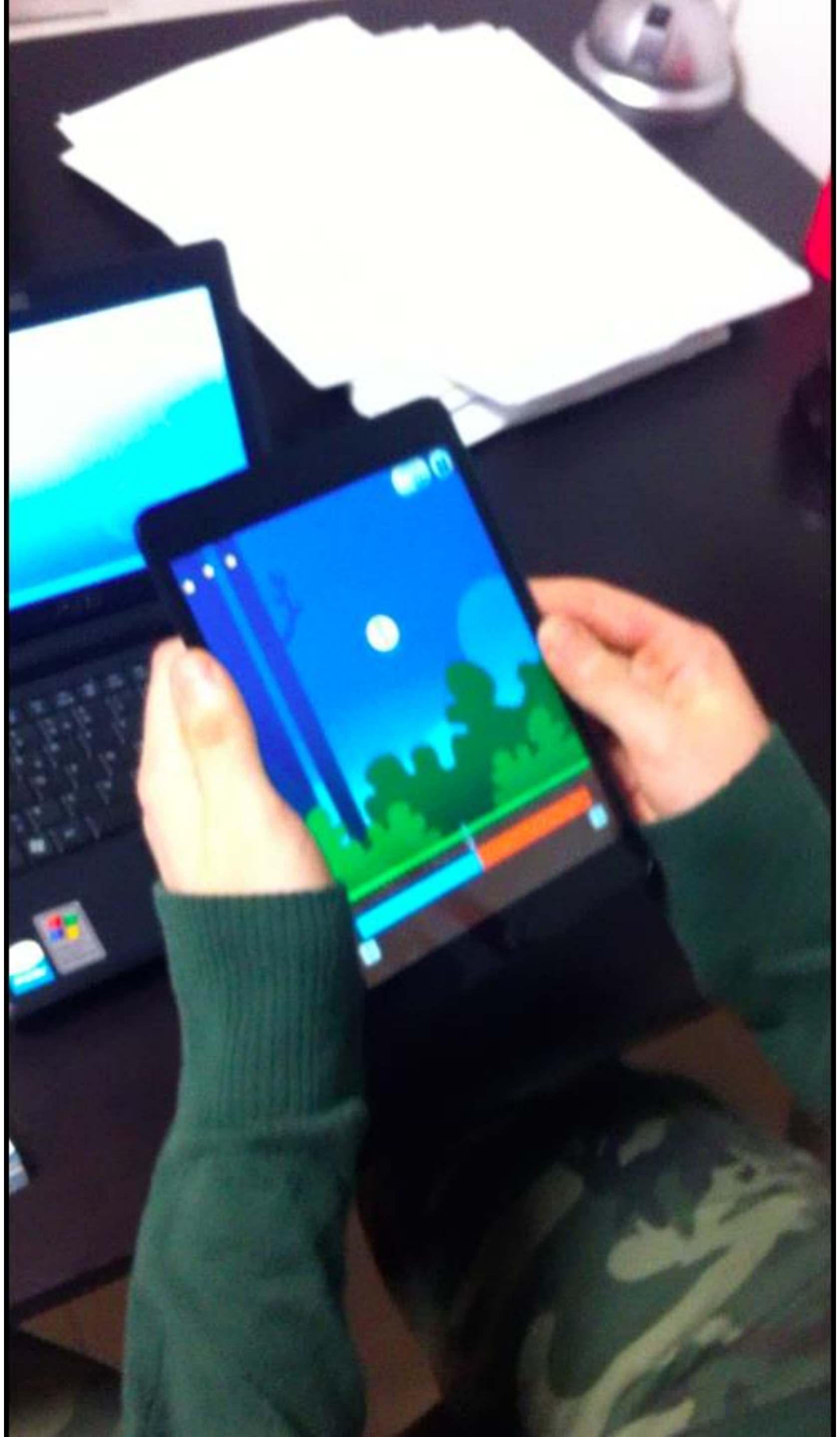
Un altro esempio: Tonga

Ho trovato prove che le frazioni non sono comprese nello stesso modo che in Occidente, ad esempio una grande maggioranza di Tongani (compresi alcuni insegnanti di matematica) non saprebbero rispondere alla domanda "Quanto è metà di metà?".

Morris, N. (2014). Probability, uncertainty and the Tongan Way. In Proc. of PME 38 / PME –NA 36 (Vol. 4, pp. 241–248). Vancouver, Canada: PME.

Quinta Puntata
Discalculia

Anna e Lucas



Esempio 5
infinito

Scuola secondaria di secondo grado

International Journal of Educational Research 51–52 (2012) 86–108

Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

International Journal of Educational Research

journal homepage: www.elsevier.com/locate/ijedures

How does language impact the learning of mathematics? Comparison of English and Korean speaking university students' discourses on infinity☆

Dong-Joong Kim [a,*], Joan Ferrini-Mundy [b,c], Anna Sfard [d]

[a] *Korea University, Seoul, Republic of Korea*
[b] *National Science Foundation, Arlington, VA, USA*[1]
[c] *Michigan State University, East Lansing, MI, USA*
[d] *The University of Haifa, Haifa, Israel*

Scuola secondaria di secondo grado

In Inglese il termine infinito compare nel linguaggio colloquiale ed è probabilmente noto agli studenti prima che essi lo incontrino a scuola. […] Sembra quindi che gli studenti parlanti Inglese, quando viene introdotta l'idea di infinito a un livello superiore, debbano semplicemente rivedere il loro uso di alcune parole familiari.

Scuola secondaria di secondo grado

Anche se queste revisioni non sono semplici, la transizione tra i due livelli può essere considerata continua da un punto di vista fonetico e semantico [...]. Lo studente può considerare l’apprendimento precedente e portarlo al livello superiore. [....]

Scuola secondaria di secondo grado

Questo non avviene per gli studenti parlanti Coreano. La disconnessione implica una discontinuità. Invece che appoggiarsi sul discorso sull'infinito già sviluppato in modo informale, devono costruirlo da zero come una nuova forma di discorso [...]

Scuola secondaria di secondo grado

Lo sviluppo ontogenetico del discorso sull’infinito si può dire continuo per i parlanti Inglese e molto meno continuo per i parlanti Coreano.

Scuola secondaria di secondo grado

Risultati:

Parlanti Inglesi – discorso soprattutto orientato ai processi

Parlanti Coreani – discorso soprattutto orientato alla struttura e più vicino – se pure superficialmente – al discorso matematico formale

Scuola secondaria superiore

La continuità con il linguaggio quotidiano è un facilitatore?

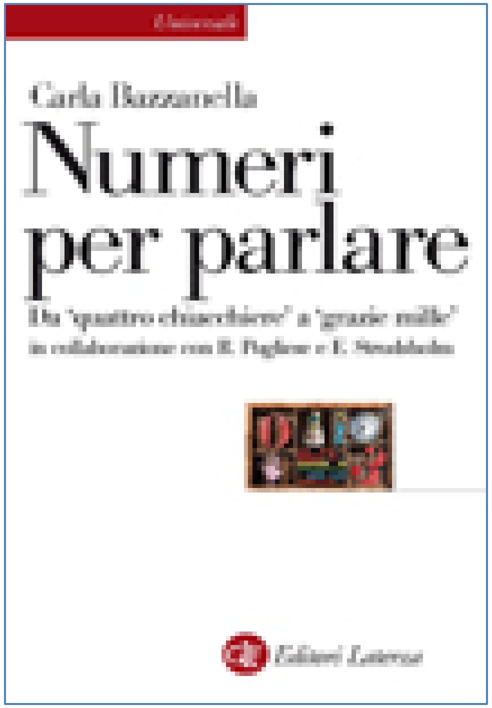
In che senso questi risultati si legano alla nozione di ostacolo epistemologico?

Tutti i livelli scolari

Molti insegnanti pensano che la continuità con il linguaggio e l'esperienza quotidiana sia sempre un facilitatore.

E' davvero così?

Nella scuola di base è così?



Che cosa di dice la pragmatica?

Alcune conseguenze per gli insegnanti

- arricchire le proposte didattiche
- non dare nulla per scontato
- riscoprire il proprio impensato

Alcune conseguenze per i ricercatori

- ideare un costrutto per la trasposizione culturale
- analizzare criticamente l'idea di ostacolo epistemologico

Trasposizione culturale

Gruppo di ricerca:

UNIMORE: Alessandro Ramploud

UNINA: Maria Mellone

UNIPA: Benedetto Di Paola

UNIPMN: Francesca Martignone

Ostacolo epistemologico

Ostacoli epistemologici e prospettiva socio-culturale

Sommario. Nel presente lavoro proponiamo una conversazione su alcuni temi che sono stati oggetto di dibattiti e di controversie in didattica della matematica negli ultimi anni, come le attuali concezioni epistemologiche, le interpretazioni degli sviluppi storici dei concetti, il ruolo della cultura nella cognizione e la classe in quanto forma di società. Tra le altre cose, la nostra conversazione riprende la questione se l'idea di ostacolo epistemologico possa o non possa essere considerata come base per un significativo collegamento tra la storia e la didattica della matematica.

Bruno D'Amore **Luis Radford** **Giorgio T. Bagni**

Ostacolo epistemologico

L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E DELLE SCIENZE INTEGRATE

VOL. 29B N.1 - FEBBRAIO 2006

Ostacolo epistemologico

Un dialogo ad Amburgo (ICME 13, luglio 2016)

Mariolina: *Dammi un riferimento in Inglese, Luis.*

Luis: *Non ce l'ho. Questo è il più recente.*
Dobbiamo smetterla di vergognarci di citare
le riviste in lingue diverse dall'Inglese,
se vogliamo affrontare davvero
i temi della società multiculturale.

XXXIII CONVEGNO UMI-CIIM

Criticità per l'insegnamento della matematica nella scuola di oggi

Pavia, 7-9 ottobre 2016

Grazie per l'attenzione!

Spazio tematico:

Insegnare matematica

in una società multiculturale

9 ottobre 2016