Classe 4 B scuola Thouar 2012/2013, G. Caviglia "modulo Contorno/spazio"

Il significato di perimetro e estensione costruito contemporaneamente analizzandone la relazione

Struttura del percorso

L'insegnante propone consegne in cui gli alunni devono costruire e confrontare figure e ciò li conduce a distinguere ciò che in esse è a una dimensione (lineare: contorno o perimetro) da ciò che è a due dimensioni (quadrato: spazio o estensione o superficie/area) prima che in classe si siano esplicitamente introdotti i termini perimetro e estensione. Per tale motivo si afferma che tali concetti sono costruiti "dall'interno" dell'analisi di una situazione significativa e "scoperti" dai bambini che si rendono conto della necessità di introdurli e di denominarli per poter operare il confronto fra le figure.
Particolarmente produttiva, in tal senso, la considerazione di figure simili che chiarisce la relazione spazio/linea sperimentandone le variazioni .
La carta millimetrata è utilizzata come struttura (artefatto cognitivo di primo livello) che incorpora significati geometrici e che ne agevola la costruzione.
Denominate le parole/concetto perimetro e estensione, si propongono situazioni problematiche, si confrontano strategie risolutive e la loro rappresentazione e si collega ciò con il consolidamento dei significati dei segni aritmetici, soprattutto in riferimento alla moltiplicazione.

Indicazione attività svolte.

La costruzione di figure, il loro confronto e l'esecuzione di consegne operative, in cui usare anche la manualità (per esempio piegature o costruzione di oggetti), costruiscono, proprio nel cercare di giustificarne la diversa relazione, i concetti di perimetro e superficie senza introduzione eteroposta da parte dell'insegnante.
La carta millimetrata è usata per costruire e analizzare figure. La struttura che incorpora dà modo di "scoprire" i centimetri quadrati e rende possibile utilizzare strategie aritmetiche, come la conta dei centimetri quadrati all'interno delle figure, che conduce alla costruzione di formule per il calcolo dell'area.
La riflessione sulla relazione perimetro/superficie e il confronto delle strategie consolida i significati della moltiplicazione distinguendo la moltiplicazione come addizione ripetuta (a un argomento), usata per trovare il perimetro, dalla moltiplicazione come operazione a due argomenti che permette di coprire lo spazio (calcolo area).

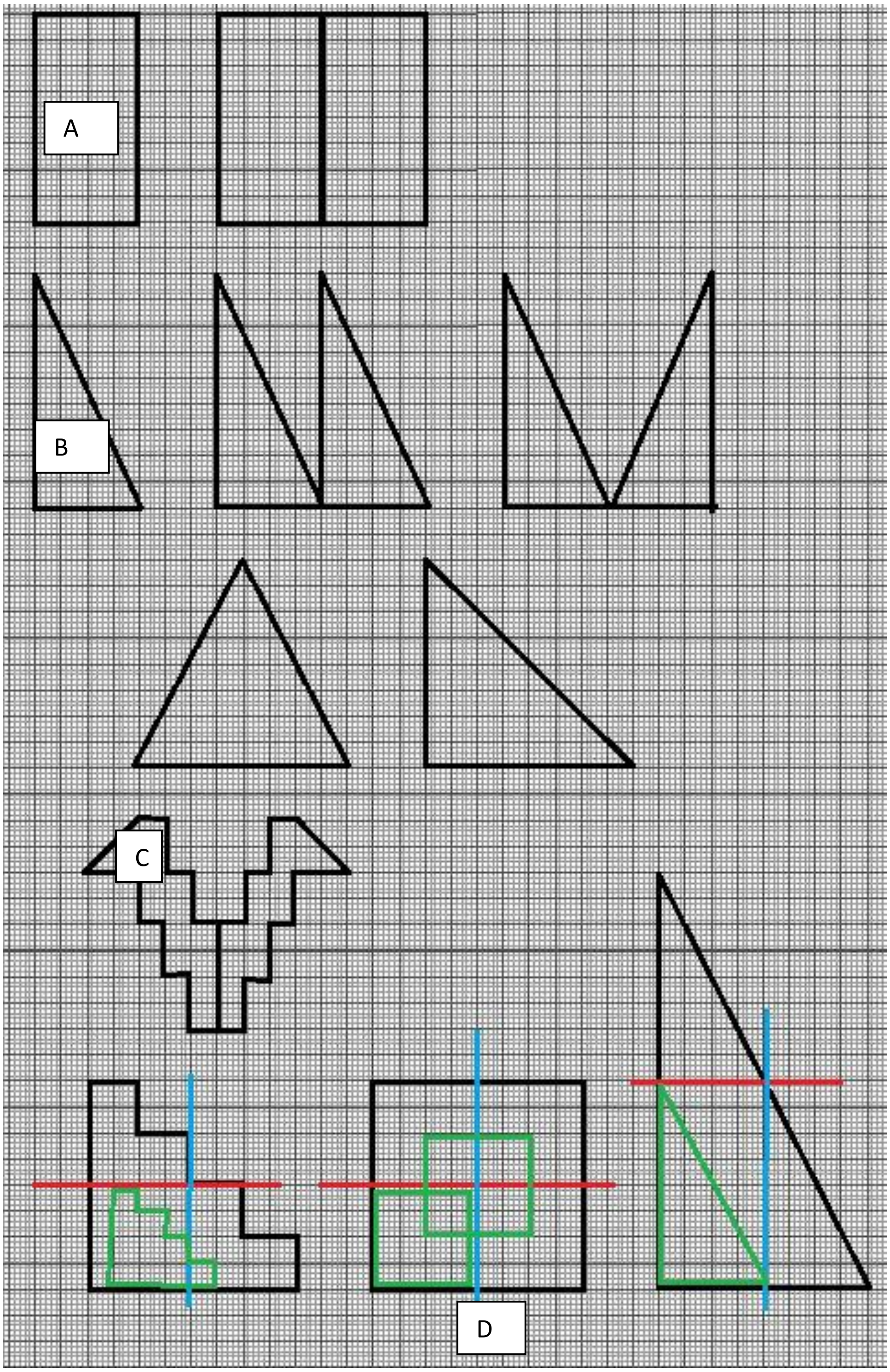
Dati raccolti in relazione alle attività maggiormente significative

Nel costruire figure si chiarisce la diversità fra spazio occupato dalla figura e contorno che la delimita

Raddoppiare dimezzare figure

Ai bambini viene chiesto di costruire figure che siano il doppio o la metà di quelle date (un foglio di carta millimetrata è stato consegnato con disegnata la figura iniziale su cui si deve lavorare).

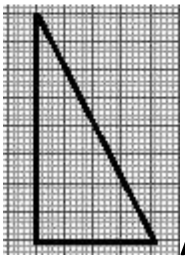
A fianco delle figure A, B sono disegnate le soluzioni che i bambini hanno trovato.
La figura C, nella maggior parte dei casi, è stata ribaltata simmetricamente come si vede dal disegno.
Contrassegnate con D le tre figure di cui è stato chiesto di costruire la figura metà: sono emerse soluzioni interessanti che rivelano strategie basate sugli elementi della figura (singolo lato, entrambi i lati, in questo caso in funzione della costruzione di una figura simile che però è ¼ e non ½ della figura data) o sul principio del fare a metà considerando una singola direzione (che fallisce se la direzione individuata non è l'asse di simmetria interno alla figura il che è facile da individuare solo per il quadrato).
Alcuni bambini contano i "quadretti" (non ancora i centimetri quadrati ma ¼ di centimetro quadrato).



Nella discussione ci si sofferma sul fatto che fare a metà la base o l'altezza funziona mentre fare a metà sia la base sia l'altezza no. I bambini si meravigliano dell'ottenere, in tal caso, figure simili che sono ¼ e non ½ della figura data: **ciò li porta a considerare che c'è una differenza fra ciò che è lineare (a una dimensione) e ciò che è relativo allo spazio (a due dimensioni).**

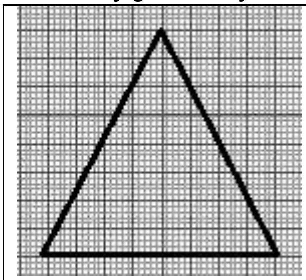
<u>In seguito si riprende la situazione del triangolo B</u> presentando ai bambini la seguente fotocopia:

Diverso tempo fa abbiamo svolto un esercizio in cui si doveva considerare questo triangolo

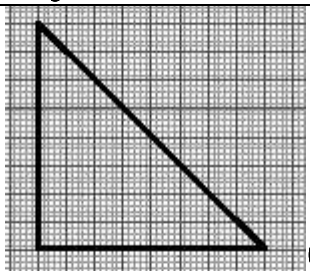


A

e disegnare una figura che fosse il suo doppio. Fra le figure disegnate dai bambini ci sono le seguenti:



B



C

Durante la discussione, la maestra dice che B e C vanno bene perché sono entrambe il doppio di A. Un bambino dice che riesce a capire che B è il doppio di A ma non che C è il doppio di A.

a. Secondo te perché questo bambino capisce subito che B è il doppio di A?

b. Come gli faresti capire che anche C è il doppio di A?

DAI LAVORI INDIVIDUALI

Au: al punto b scrive che la base è il doppio mentre l'altezza non è raddoppiata perché non deve raddoppiare ma non spiega perché deve essere così, si tratta di un'intuizione basata sull'evidenza geometrica. Anche DM scrive che B è il doppio di A perché si vede che sono due pezzi uguali e ugualmente SP vede la figura A messa due volte in B, solo che la seconda volta è ribaltata.

Yu conta i quadretti dentro alle figure dimostrando aritmeticamente che una figura è il doppio dell'altra.

Dil: estende l'argomentazione usata per affermare che B è il doppio di A e scrive che C è il doppio perché la base di C è il doppio di quella di A ma l'altezza è uguale. **Mir** è meno chiara ma usa la stessa spiegazione, scrivendo che C e B sono sempre il doppio di A perché in B il triangolo l'ha fatto a metà e le due metà sono A e C è ingrandito ma non nell'altezza e allora diventa il doppio. Entrambi i bambini superano il livello in cui ci si riferisce semplicemente all'evidenza e riprendono le discussioni precedenti in cui è emerso che se si raddoppia sia la base sia l'altezza si ottiene una figura quattro volte più grande. Ugualmente **Ri** vede che A sta 2 volte in B e puntualizza che la base è il doppio rispetto a quella di A e continua per analogia per C *"per essere il doppio la base deve essere 3 cm come in B".*

Non tutti gli alunni riescono a superare il livello dell'evidenza, per esempio **Fa** vede che A sta due volte in B e lo fa capire rifacendo il disegno di B formato da due A ma non vede stare A due volte in C e allora dice che C non è il doppio di A e lo spiega con il fatto che provando a disegnare A dentro C riesce a disegnare A una volta sola.

Altri bambini superano l'evidenza riferendosi alla razionalità aritmetica, come **MB** che vede che A sta due volte in B e divide a metà ottenendo due triangoli diversi da A ma conclude lo stesso che anche C è il doppio di A. Gli chiedo come fa a capire che ognuno dei due triangoli in cui ha diviso C è uguale a A e scrive: *"lo capisco perché i quadretti all'interno sono dello stesso numero":* usa la razionalità geometrica del dividere in due la figura e la razionalità aritmetica nel "contare" in qualche modo lo spazio.

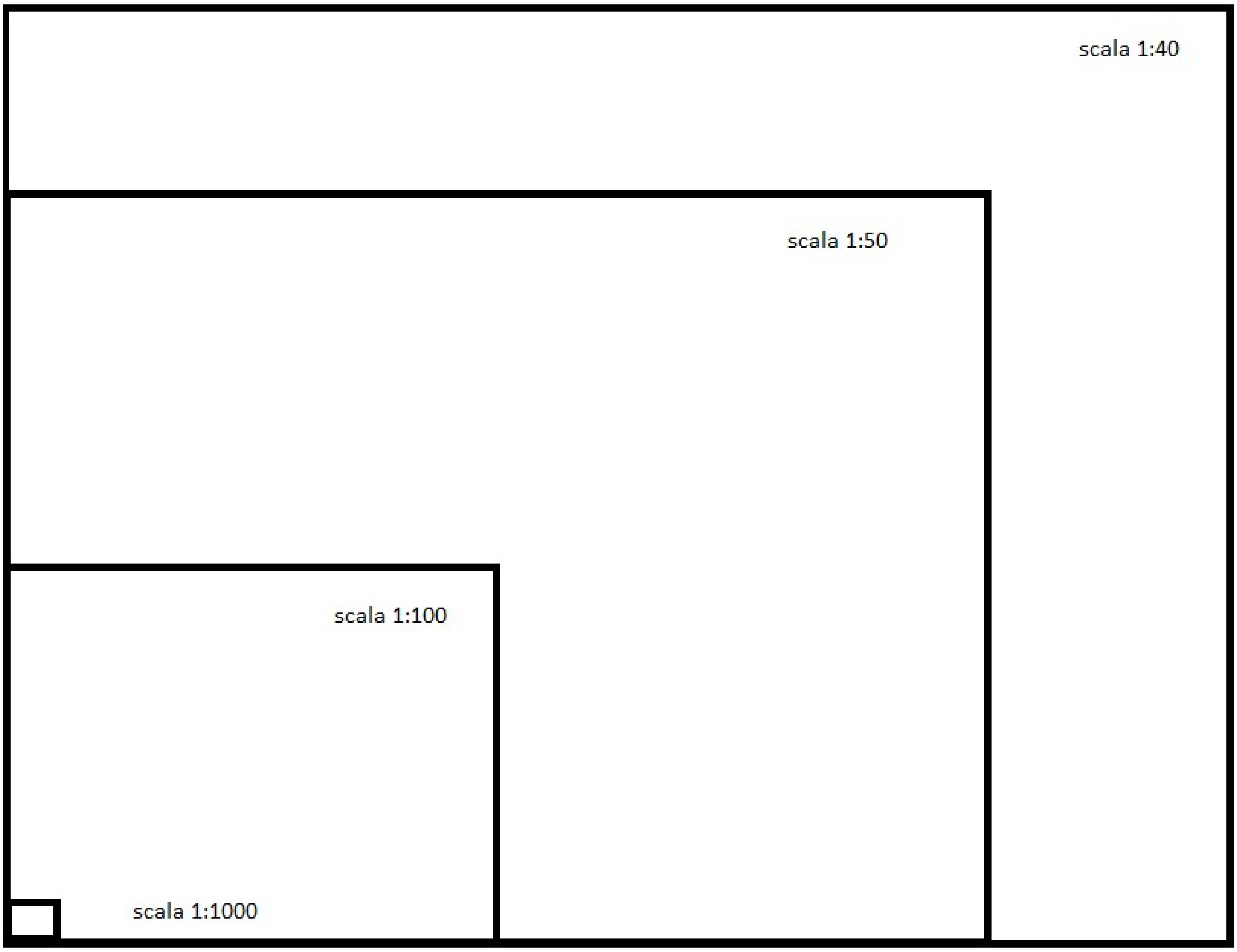
Ugualmente **MP**: per C cambia argomentazione e conta i quadratini interni alle figure.

In conclusione il lavoro mette in risalto come l'evidenza geometrica sia la chiave che permette di cogliere le relazioni fra le figure e che conduce a considerare l'aspetto aritmetico ("se solo la base è doppia allora la figura è il doppio", "conto i quadrati dentro e vedo che sono il doppio").

Si sperimenta la diversità della relazione nel confronto di figure simili.

Lavoro sui rettangoli con cui i bambini hanno rappresentato (con scale diverse) l'aula.

Gli alunni hanno utilizzato scale diverse per disegnare l'aula e ciò consente di confrontare figure simili. I rettangoli disegnati dai bambini per rappresentare l'aula in scala sono presentati disegnati uno dentro l'altro in una fotocopia (manca il rettangolo in scala 1200 che l'insegnante chiede di disegnare nella fotocopia con dopo l'osservazione dei rettangoli).



La richiesta iniziale è individuale: gli alunni devono osservare i rettangoli che rappresentano l'aula disegnata con scale diverse e scrivere le loro osservazioni.
I bambini si rendono conto della similitudine dei rettangoli, del mantenersi della relazione base/altezza (anche se non si con i numeri non si "vede" facilmente ma che si trova se si fa la divisione fra base e altezza con la CT) e del fatto che "le scale vanno alla rovescia rispetto alle misure come è successo nella relazione velocità/tempo".
Interessante l'approfondimento nella consegna operativa.

Approfondimento in consegna operativa

La consegna operativa consiste nel chiedere di lavorare, a coppie, piegando il rettangolo grande per trovare quello piccolo, ciò chiarisce le volte e il modo in cui il rettangolo minore sta in quello maggiore ma soprattutto la relazione fra misure lineare e misure "quadrate" che completa il significato di area.

Si va oltre l'evidenza data dalla visualizzazione in quanto è l'operare sui lati del rettangolo che fa scoprire come il rapporto fra i segmenti dei lati diventa diversa dal rapporto fra gli spazi.

LAVORI INDIVIDUALI

I bambini verbalizzano, a livelli diversi, ciò che hanno fatto e si evidenzia la diversità della relazione fra i lati e fra gli spazi ma tale diversità non è spiegata.

Ke

Io ho capito che quello che lo teneva il rettangolo in orizzontale se lo piegava veniva l'altezza di quello piccolo, quelli che lo avevano il rettangolo in verticale se lo piegavano venivano la base di quello piccolo se tutti facevano la metà della metà venivano 4 rettangoli piccoli.

Dil

Un rettangolo scala 1:50 l'abbiamo piegato a metà in orizzontale e abbiamo visto che la base di quello piccolo è 8,5 cm invece quello grande misura 17 cm e 8,5 cm è la sua metà, la metà vuol dire che una cosa è 2 volte più piccola dell'altra cioè che ci sta 2 volte. La stessa cosa abbiamo fatto con un altro rettangolo in verticale e abbiamo visto che l'altezza del piccolo è 6,5 cm e l'altezza del grande è 13 cm. Il rettangolo piccolo in quello grande ci sta 4 volte perché 2 (altezza) + 2 (base) = 4 (4 volte il piccolo sta nel grande).

Solo alcuni riescono a spiegare perché ciò accade:

DP

Io ho capito che base e altezza stavano due volte perché ci sono due basi e due altezze, per l'altezza una in alto e una in basso invece per la base una a destra e una a sinistra, così dentro vengono 4 rettangoli.

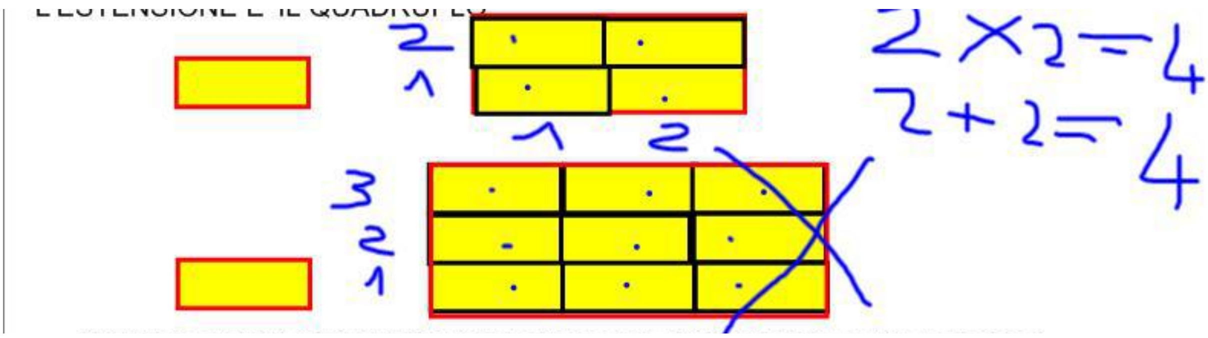
Nell'interazione in discussione la spiegazione è completata: Sil e Ca dicono che la relazione cambia perché se la relazione fra i segmenti è x 2 per la base e x 2 per l'altezza, 2x2=4 e allora si capisce perché l'estensione è il quadruplo. Altri alunni affermano che ciò avviene perché 2 volte, che è più grande la base, + 2 volte che è più grande l'altezza = 4 volte che è più grande l'estensione.

A questo punto l'insegnante chiede di osservare cosa succede in un rettangolo che ha base e altezza triple rispetto a quello dato, spiegando individualmente quale ragionamento funziona.

DP riprende quanto ha colto attraverso la consegna operativa e spiega che base e altezza del rettangolo hanno solo la lunghezza, cioè una sola dimensione, mentre il rettangolo ha "base e altezza" (due dimensioni).

In discussione si conclude che funziona il x perché si deve moltiplicare base per altezza e allora il rettangolino in quello grande ci sta 9 volte e non 6 e ciò viene evidenziato alla Lim dai bambini che via via intervengono avendo a disposizione il rettangolino base con cui formano quello che ha i lati doppi è il quadruplo e quello che li ha tripli ed è nove volte più grande e non 6 come avrebbe giustificato chi ha usato il +.

Nota: sotto l'immagine appuntata alla Lim durante la discussione su cui hanno scritto i bambini che sono intervenuti.



Questo momento costituisce un altro contributo importante per la costruzione del significato di area.

Si costruiscono dall'interno i significati

La "scoperta" dall'interno dei centimetri quadrati

Nel confronto fra i rettangoli che rappresentano l'aula disegnata con scale diverse DP usa la carta millimetrata per misurare i lati dei rettangoli e confrontarli ma, quando inizia a considerare lo spazio occupato dai rettangoli, evidenzia, all'interno degli stessi, quadrati con il lato da 1 cm e li usa per misurare lo spazio occupato per trovare la relazione fra le aree dei rettangoli. In discussione l'insegnante socializza tale strategia che risulta vincente rispetto a quella di contare i quadratini da ¼ di centimetro per la semplicità della misura e per la comprensibilità dell'uso: infatti DP sostiene che è come riportare dentro danti quadrati che hanno il lato da 1 cm. Si arriva in tal modo alla individuazione dei centimetri quadrati all'interno del decimetro quadrato di carta millimetrata.

Per consolidare tale scoperta l'insegnante chiede di ripassare in rosso il contorno e disegnare dentro al secondo rettangolo il primo per vedere quante volte ci sta, contando successivamente i centimetri quadrati che sono dentro ai due rettangoli per verificare la relazione fra gli spazi occupati evidenziata dal disegno (in tal modo razionalità geometrica e aritmetica si affiancano).
Dopo la denominazione di perimetro e area, diversi bambini evidenziano i centimetri quadrati dentro le figure per calcolare l'area mentre altri utilizzano la carta millimetrata per misurare i lati delle figure.

LA "SCOPERTA" DALL'INTERNO DELL'AREA
MB calcola la misura della superficie per risolvere il problema di quanti fogli occorrono per coprire la tavoletta dove rilevare le ombre, quando ancora non si è parlato di "area" ma si è semplicemente distinto fra ciò che è relativo allo spazio e ciò che è lineare.
Nel problema i bambini hanno le misure dei lati della tavoletta e del foglio e devono trovare quanti fogli sono necessari per coprire la tavoletta. MB moltiplica le dimensioni della tavoletta e del foglio trovando inconsapevolmente l'area della tavoletta e del foglio e guarda quante volte la seconda sta nella prima.
In classe non si è ancora ancora denominato il concetto di superficie/area, ma il lavoro sulla riduzione in scala dell'aula e sul costruire figure doppie o metà ha fatto emergere la linearità del contorno come diversa dalla bidimensionalità dello spazio occupato dalla figura.

Nel momento in cui si trova di fronte a uno spazio (il rettangolo del foglio) con cui coprire un altro spazio (il rettangolo della tavoletta) MB si riferisce a quanto è emerso nel lavoro di costruzione e confronto di figure che ha condotto a chiarire che lo spazio si copre moltiplicando le dimensioni del rettangolo.
A questo punto spontaneamente si riferisce al significato di contenenza (quante volte il foglio sta nella tavoletta) applicandolo allo spazio e non al lineare (come fa la maggior parte dei compagni per risolvere il problema).

Ciò dimostra come l'attenzione allo spazio, colta nel differenziarsi dal lineare, e al "coprire lo spazio" che si differenzia dal "segnare il contorno", conduca spontaneamente al concetto di estensione e al calcolo dell'area.

Durante la discussione sulle strategie utilizzate, emerge la diversità della strategia di MB rispetto a quelle degli altri bambini che hanno applicato la contenenza sul lineare (disegnando la tavoletta in scala e riportando dentro, sempre in scala, il foglio o facendo tentativi per trovare quante volte il lato corto sta nel lato corto e quante volte il lavoro lungo sta nel lato lungo).

Nella discussione Ke denomina come "estensione" lo spazio considerato da MB sia per la tavoletta sia per il foglio.

Denominati lo "spazio" e il "contorno" con i termini estensione/area e perimetro si affrontano i problemi eteroposti del libro utilizzando sempre la carta millimetrata per il disegno delle figure in modo da evidenziare i centimetri quadrati che si sono lentamente evidenziati, superando la considerazione dei quadretti da ¼ di centimetro quadrato come unità di misura comoda per lo spazio interno alle figure.

Nel confronto emergono strategie in cui si contano i centimetri quadrati dentro o in cui si opera aritmeticamente ma anche strategie diverse per trovare il perimetro: anche in questo caso riferimento è all'evidenza geometrica o a ipotesi euristiche aritmetiche decontestualizzabili.

Conclusioni

L’insegnante considera **alternativa** questa modalità di avvio del lavoro in geometria rispetto alle gestione dei cicli precedenti, in quanto l’espansione del lavoro sulle consegne relative alla costruzione di figure che siano il doppio o la metà di quelle date, abitualmente svolte in classe quarta e contenute nelle schede iniziali di Aree presenti nel progetto “Bambini, maestri, realtà”, **ha offerto la possibilità di costruire il concetto di perimetro e di area all’interno della considerazione della diversità della relazione contorno/spazio**.

La considerazione delle linee e degli spazi concentra l’attenzione dei bambini sulla diversità degli elementi in relazione che sono così evidenziati e il cui significato è precisato in discussione fino alla denominazione delle parole-concetto corrispondenti.

La diversità della relazione, inoltre, costruisce il significato della misura dell’estensione che è collegato con il significato della moltiplicazione come operazione a due argomenti che consente di coprire uno spazio e, pertanto, di misurare l’area. Ciò conduce gli alunni a cogliere intuitivamente la necessità di riferirsi alle misure quadrate, anziché a quelle lineari, per la misura dell’estensione. La costruzione e l’analisi delle figure sulla carta millimetrata facilita la costruzione di tali significati fornendo una struttura di supporto.

Questa impostazione costituisce un ambito del campo di esperienza della costruzione e analisi di figure geometriche in cui perimetro e area sono connotati come caratteristiche delle figure costruendo i significati indipendentemente dalle necessità di calcolo. Questo momento da una parte è un momento operativo che si attua nella costruzione delle figure, nella misura, nell’operare tramite piegature, sovrapposizioni, ritagli dall’altra è un momento in cui partendo da ciò si decontestualizza denominando i termini geometrici.

La ricontestualizzazione del significati avviene nella modellizzazione di situazioni reali significative all’interno di altri campi di esperienza.

L’impostazione data contribuisce, pertanto, alla costruzione di competenze in ambito geometrico.